重み付き制約充足問題における局所最適解を利用した探索手法によるナーススケジューリングシステムの実装

Implementing a Nurse Scheduling System by Search Method Using Local Optima on VCSP

山口翁央 † 大囿忠親 † 伊藤孝行 † 新谷虎松 †

Yamaguchi Toshihiro, Ito Takayuki, and Shintani Toramatsu

名古屋工業大学大学院　工学研究科　情報工学専攻

Dept. of Computer Science and Engineering Graduate Scool of Engineering, Nagoya Institute of Technology

{okina, ozono, itota, tora}@ics.nitech.ac.jp

AI 分野における問題を解決する枠組みとして制約充足問題がある．制約充足問題はすべての制約を満たす解が存在しなければ，解が存在しないという結果しか得られない．制約に重みを付けた重み付き制約充足問題は，すべての制約を満たせない場合でも，重みの和が最も小さいものを最適解として得ることができる．重み付き制約充足問題の解探索手法は厳密探索法と確率的探索法に分類される．厳密探索法はアルゴリズムの完全性を保証するが，実用時間内に解を得ることが難しい．確率的探索法はアルゴリズムの完全性を犠牲に実用時間内にあるいは実用に耐える解を得る．確率的探索法の問題は，最適解に至る前に，局所的な領域における最適解に陥ってしまう．それを局所最適解とよび，局所最適解を脱出あるいは回避するために様々な研究がされている．本研究では重み付き制約充足問題における確率的探索法に焦点をあて，確率探索法の欠点である局所最適解を利用した探索手法を提案する．局所最適解は局所領域において最適解に最も近い解であるので，探索に局所最適解を利用することは有用であると考える．また，提案した探索手法を用いてナーススケジューリングシステムの実装する．

1　はじめに

制約充足問題 (Contraint Satisfaction Problem : CSP) とは，離散値をとる複数の変数に割当て可能な値の組み合わせから，与えられた制約すべてを満たす組合わせを探索する問題である．重み付きCSP(Valued CSP : VCSP) は，CSP における制約に対して重みを付け，重みの和が最も小さいものを解とする．すべての制約を満たすことができない過制約な場合，CSP では”すべての制約を満たせない” ということしか得られない．一方，VCSP はすべて制約を満たせなくとも，重みの和が最も小さい解，すなわち最適解を得ることができる．

VCSP の解法は，バックトラックを基本とし木探索法を主とする厳密探索法，解空間を山登り法などを基本とし確率を用いた確率的探索法に分類される．厳密探索法はアルゴリズムの完全性が保証されているが，大規模な CSP に対しては実用的な時間内に解を探索することが困難である．一方で，確率的探索法はアルゴリズムの完全性を犠牲にして，実用的な時間内に解を発見，あるいは実用的な近似解を高速に求める方法である．問題として，確率的解探索法には解探索の途中で最適解ではなく局所最適解に陥ることがある．局所最適解とは最適解ではなく局所的な領域で，これ以上改善することができない状態に陥った解のことである．この問題を解決するために，局所最適解から効率よく脱出する方法としてメタ・ヒューリスティックの研究も行なわれている [7], [5].

本論文では，確率的探索法における局所最適解を利用した解探索手法を提案する．確率的探索法は局所最適解に陥るために，最適解を見つけ出すことが困難である．局所最適解は最適解ではないとしても今までの探索範囲では最適な解である，また，最適解は局所最適解の一部であると言える．すなわち，確率的探索法の解探索は，局所最適解の中で最も良い評価値の変数の値割り当てを探索する問題である，と言い換えることができる．そこで，確率的探索法で多く得られる局所最適解に注目する．本論文の提案手法は探索過程において，局所最適解を 1 つの制約として加える．局所最適解を加えることで，目的関数を

変更させ以前に陥った局所最適解を回避する．また，局所最適解の統計を用いる．局所最適解から各変数に割当てられる値の確率および，変数のパターンを利用する．確率は局所最適解に陥って再び探索を行なう時の状態の初期化に用いる．変数のパターンについては制約に追加することで，最適解に近い解を得ることができる．以上の手法を用いることで，局所最適解を活かした確率的探索法が構築できる，と考える．特に本手法は多峰性となる問題に対して有効であると予想される．

以下，2 章では CSP の詳細を述べ，本論文における CSP を定義する．3 章では VCSP における既存の探索手法について述べ，次の 4 章は本研究で提案する局所最適解を利用した探索手法について述べる．5 章はナーススケジューリング問題について説明し，VCSP への定式化する．6 章では実装したナーススケジューリングシステムによる実験・評価について述べる．最後に本研究についてまとめる．

2 制約充足問題

2.1 制約充足問題の定義

CSP とは，与えられた制約を全て満たすように変数の値を割当てる問題である．CSP は (X_n, D_n, C_m) で定義される．X_n は有限な変数の集合である．D_n は離散値を要素とする変域の有限集合であり，変数 X_i に変域 D_i の要素の 1 つを割当てる．C_m は CSP の制約の集合である．C_m をすべて満たした X_n への値割当が CSP の解である．制約の表現方法によって様々な問題を解くことができる．

2.2 重み付き制約充足問題

重み付き CSP(Valued CSP : VCSP)[6] は $VP = (X_n, D_n, C_m, S, \varphi)$ と表される．(X_n, D_n, C_m) は通常の CSP と同じく変数，値域および制約の集合である．$S = (E, \Sigma, \prec)$ は評価構造であり，$\varphi = C \to E$ は評価関数である．E は問題で使用する評価値の集合であり，最小値と最大値をそれぞれ $\perp$ と $\top$ する．また E の全要素は $\prec$ によって順序関係が定義される．各制約による評価値は φ によって得られる．Σ は評価値の総計である．ここで，$\mathcal{A}$ を全変数への割り当てとすると，制約 c による $\mathcal{A}$ の評価値は以下のように与えられる．

$$\varphi(\mathcal{A}, c) = \begin{cases} \perp & \text{if c is satisfied by } \mathcal{A} \\ \varphi(c) & \text{otherwise} \end{cases} \tag{1}$$

そして，$\mathcal{A}$ の全体の評価値は以下のように定義する．

$$\varphi(\mathcal{A}) = \sum_{c \in C} \varphi(\mathcal{A}, c). \tag{2}$$

本研究では VCSP の VP の解は，VP の全変数 X_n への値割当ての中で違反している制約の重みの総和が最小となる値割当てとする．VCSP の評価関数は式 (2) であり，式 (2) の評価値を最小化にすることが目的である．

2.3 制約充足問題における探索手法

VCSP における探索手法には大きく分けて 2 つに分類される．変数を制約に矛盾しないように徐々に拡張してく方法による厳密解法，状態の遷移を確率を使って操作する確率的探索法に分類される．以下はそれぞれの特徴について述べる．

2.3.1 厳密探索法

変数の値割当てを制約に矛盾しないように徐々に拡張していく方法で，厳密探索法と呼ぶ．バックトラックによる木探索法が代表的である．厳密探索法には深さ優先探索，幅優先探索などがある．ほぼすべての解を探索するので，アルゴリズムの完全性が保証されている．しかし，全探索に近い計算量となってしまうため，大域探索では現実の時間内に解を得ることができない問題がある．枝狩りや，Arc Consistency[3] による前処理などによって，膨大となる計算量を減らす研究が盛 んに行なわれている．

2.3.2 確率的探索法

確率的探索法はすべての変数に暫定的に値を割り当てた状態からスタートする．式 (2) を評価関数として，評価値が低くなるように変数の値を修正することで解を探索する．この手法により大規模な VCSP を解く場合でも，解を確率的に発見できる．しかし，解探索の途中で局所最適解に陥ることが問題点として指摘されている．このため，局所最適解に陥らないようにする，あるいは効率的に局所最適解から脱出するためのメタ・ヒューリスティックに関する研究が盛んに行なわれている [7]．また一方では，問題の状態空間の地形を解析するといった研究も行なわれており，解探索が非効率になる，すなわち解くのが困難な問題は，解に到達可能な状態の個数が減少するために局所最適解に陥りやすいということが報告されている [9]．局所探索法である山登り法を改良し

ていくことが主流となっている．以下に既存にある確率的探索法のアルゴリズムを述べる．

反復山登り法： 反復山登り法 (Iterated Hill-Climbing : IHC)[1] は，ある一定の探索回数で評価値が減少しなかった場合，その状態を局所最適とみなしてまた別の初期値から探索をやり直すアルゴリズムである．

確率的山登り法： 確率的山登り法 (Stochastic Hill Climbing : SHC)[1] は状態を確率的に遷移することで，局所最適解を回避する方法である．SHC は，確率 $P = 1/(1 + exp(\Delta/T))$ によって状態を遷移させる．Δ は評価値の変化量である．T が無限大の極限であれば，$P = 0.5$ となりランダム探索になる．T が 0 の極限では，状態遷移に確率的な要素がなくなる．この SHC における T の値は問題に依存する．

3 局所最適解を利用した探索手法

本研究が提案する手法の基本とする考えは，探索における評価関数を変更することで，局所最適解を回避することである．評価関数を変更することで，局所最適の近傍に陥ることを防ぐことができ，山登り法による探索を効率よく行なうことができる．本研究では局所最適解に陥ったときに，局所最適解自体を制約として利用することで評価関数を変更する．また，局所最適解の統計を利用する．局所最適解の統計から各変数の割当てられる値の確率と，解のパターンを取得する．確率は，局所最適解に陥って再度探索を開始するときに利用する．解のパターンを制約に利用する．以下に提案手法の特徴を記述する．

局所最適解自体を制約に追加： 局所最適解を制約に追加することで，以前の局所最適解付近に陥ることを防ぐことができる．以前の局所最適解を回避することによって，探索を繰り返す中で以前の局所最適解に陥ることがなく，大域を探索でき，実用に堪えうる解を求めることができる．ただし，局所最適解をむやみに加えていったのでは，計算量が増大するだけで良い解を得る可能性が低くなる．そのため，制約に追加する局所最適解の数を限定する．局所最適解の追加は局所最適解の評価値がある閾値を超えた場合に行なう．

各変数に割当てられる値の確率の利用： すべての局所最適解からの統計を基に各変数に割当てられている値の確率を利用する．割当確率は探索において局所最適解に陥ったとき，新たに探索を開始する初期解を決定する際に使われる．初期解の生成では制約違反変数の値を変更して探索する．値の変更に割当確率を適用する．

局所最適解から導かれるパターンの利用： 局所最適解から解のパターンを抽出し，制約に利用する．抽出したパターンが最適解に用いられていれば，より最適解に近い近似解を求めることができると考えられる．

提案手法では有効サンプル数に達するまで局所最適解の統計は利用しない．以下に提案するアルゴリズムの流れについて記述する．

Step 1 初期解の生成する．

Step 2 制約が満たされているか評価する．満たされている場合は探索終了．満たされていない場合，探索回数が規定回数を超えてなければ Step3 へ，超えていれば Step7 へ．

Step 3 山登り法による局所探索を行なう．局所最適解に陥ったら Step4 へ．

Step 4 局所最適解をリストに格納し，局所最適解自体を制約として加え Step5 へ．

Step 5 局所最適解のリストから各変数の割り当てられる値の確率を求める．局所最適解のリストからパターンを抽出して，抽出されたパターンが有効であれば制約に加え，Step6 へ．

Step 6 局所最適解における制約が満たされていないすべての変数の値を変数の値割当ての確率から決定する．割当てられた状態を初期解として，Step2 へ．

Step 7 局所最適解による制約を除いた条件で，再度局所探索を行ない，これ以上制約を改善できなくなったら探索終了．

4 ナーススケジューリング問題

4.1 ナーススケジューリング

ナーススケジューリング問題 (Nurse Scheduling Problem : NSP) は，それぞれの看護師を各日付に関してそれぞれに適切な勤務シフトを割り当てる問題

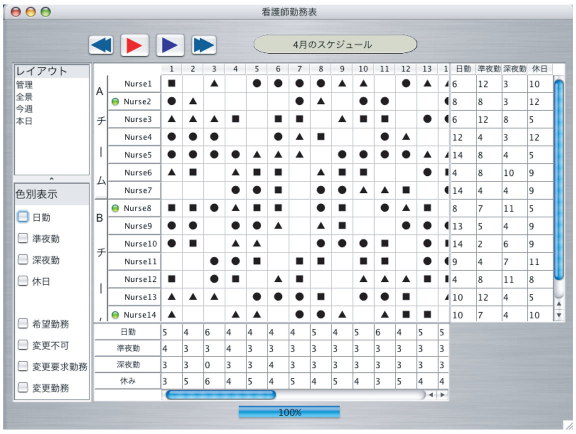

図 1: ナーススケジュールの例

であり，最適化問題の 1 つである．NSP の複雑さは限られた看護師で多くの条件を満たさなければならないためである．本研究では，文献 [2] に従い，ナーススケジューリングにおいて考慮する条件を次の 5 つに大別する．(1). 毎日の各勤務において必要な人数を確保する．(2). 技術レベルなどを考慮し勤務メンバーを構成する．(3). 看護師の各勤務回数は決められた範囲に抑える．(4). 他の業務や休みの希望を達成する．(5). 禁止される勤務パターンを入れない．以上の 5 つの条件をすべて満たすことは困難であり，すべての条件を満たす解が存在しない過制約な問題となる．そこで，条件ごとに異なる重要度を設定し，重要度が最も高い値を可能な限り求める．条件が複数あるため，探索する目的となる条件関数が多数存在することとなるため，解探索空間が多峰性になる．そこで，我々が提案した探索手法を利用することで，効果的に探索することができると予想される．

看護の勤務形式には，2 交替制と 3 交替制がある．2 交替制は勤務シフトを日勤と夜勤に分け，3 交替制は勤務シフトを日勤，準夜勤，深夜勤に分ける．例として 3 交替制によるナーススケジュールを図 1 に示す．ナーススケジュールは行に看護師を示す ID，列には日付が対応している．各セルではそれぞれ，日勤を"●"，準夜勤を"▲"，深夜勤を"■"を深夜勤，休日を空白として表現する．

4.2 VCSP によるナーススケジューリングの定式化

変数の集合 $X_i = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ の各要素は，各日付における各看護師の勤務内容を表すとする．つまり，各変数は図??に示した勤務表の各セルに対応する．D_i は変数の値域集合を表し，本システムにおいては全変数で値域は共通のものとし，$d_i = 0, 1, 2, 3 \in D_i$ とする値域のそれぞれの値は，"0"が休日，"1"が日勤，"2"が準夜勤，"3"が深夜勤である．また評価構造 $S = (E, \Sigma, \prec)$ に関して，E は整数の集合であり，$\perp = 0, \top = 9$ である．また，$\prec$ は通常の全順序関係とする．以上より，全変数への完全な値の割当を $\mathcal{A}$ とすると，$\phi(\mathcal{A})$ は違反制約の重みの和となる．つまり，本システムは $\phi(\mathcal{A})$ が最小となる全変数への値割当を探索することが目標となる．

制約 C_m の形式を $limit(min, max, List, w)$ として定義する．ここで，min および max は，全変数に割当てられた値の集合 $\mathcal{A}_i$ と $List$ を比較した場合に，一致する要素数の下限と上限を表す．$List$ は制約が要求する任意の変数の集合である．w は制約の重みであり，0 ～ 9 の整数値を取る．制約は $\mathcal{A}_i$ と $List$ の間で一致する要素数 n が，$min \leq n \leq max$ である場合にのみ充足される．具体的には，ある看護師がスケジューリングの対象期間中に，休日を 5 回以上，かつ 8 回以下を希望する場合の制約は以下のように記述できる．$limit(5, 7, x_0 = 0, x_1 = 0, ...,, 6)$ この制約は 0 の値を割当てられた変数の数が 5 以上 8 以下である場合に充足されることを意味する．また，この制約が違反された場合は 6 のコストが加算される．本形式による制約の表現は，本研究におけるナーススケジューリングを取り扱う制約のすべてを表現可能にする．

5 実験・評価

5.1 実験

本実験では塩川病院に御協力いただいた．塩川病院におけるスケジュールの条件を元にした．以下にスケジューリングを行なう条件を記述する．

スケジューリング期間： 1ヶ月．

スタッフの人数： 看護師 12 名，准看護師 5 名．夜勤は准看護師のみで構成してはならない．夜勤は看護師 2 名 or 看護師 1 名准看護師 1 名である必要がある．看護部長のスケジュールは予め決められている．

看護体制： 3 交替制 (日勤，準夜勤，深夜勤)．実際には 3 つの勤務シフトの以外にも勤務シフトがあるが，本実験では用いないことにする．

探索手法 (探索時間)	制約違反度 (%)	
	150s	300s
IHC	16.8	15.2
SHC	8.7	3.4
提案手法	5.9	3.8

表 1: 探索手法による制約違反度

探索手法 (制約違反度)	探索時間 (s)	
	10%	5%
IHC	940	-
SHC	127	190
提案手法	107	166

表 2: 探索手法による探索時間

一日に必要な人数： 日勤 8 人，準夜勤 2 名，深夜勤 2 名．日曜だけは日勤 4 名，準夜勤 2 名，深夜勤 2 名である．

禁止勤務パターン： 準夜勤ー深夜勤，深夜勤ー日勤ー準夜勤．

看護師の希望の充足： 看護師の希望は深夜勤と休みに関して申請することができる．

5.2 実験結果

実験は IHC，SHC，提案手法による探索をした．実験環境は OS:Mac OSX 10.3，CPU:PowerPC G5 1.6GHz，メモリ:1.25GB である．図 1 は各探索手法による探索時間を一定にしたときにおける解の制約違反度を示す．図 2 は各探索手法による制約違反度がある値になるまでの探索時間である．

提案手法は他の手法に比べ，解を得るまでの時間が比較的短い時間で得ることができる．しかし，探索時間を各探索手法で同一に設定すると，SHC による探索で最も良い評価値の解が得られた．これは SHC が局所最適解を徐々に改善していくので，時間をかけることで局所的な領域においては最も良い評価値の解を得ることができる．一方，提案手法は局所最適解を徐々に改善するのではなく，変数全体を改善する方向のため，短い時間である程度の良好の評価値の解を得ることができるが，極局所的な部分を探索することができない．したがって，初期状態においては提案手法による大域の探索を行ない，終盤に近づいたら，SHC による解探索を行っていくアルゴリズムがより良いものが得られると予想される．

6 まとめ

本研究では重み付き制約充足問題における局所最適解を利用した探索手法を提案した．提案する探索手法の特徴は，局所最適解自体を制約として利用し，かつ局所最適解の統計を利用することである．本研究は提案手法をナーススケジューリング問題へ適用し，ナーススケジューリングシステムを実装した．実験結果から，提案手法の大域探索と SHC の局所の探索を組合わせたアルゴリズムが良い結果をえることができると予想される．今後は提案手法と SHC の組合わせを考えつつ，IHC と SHC だけでなく，他の確率的探索手法についても検討していく．

参考文献

[1] Ackley, D. H. : ”A Connectionist machine for Genetic Hillclimbing, Kluwer Academic Publishers, 1987.

[2] 池上 敦子, 丹羽 明, 大倉 元宏, ”我が国におけるナース・スケジューリング問題”, オペレーションズ・リサーチ, Vol.41, No.8, pp. 436-442, 1996.

[3] Larrosa, J., ”Node and Arc Consistency in Weighted CSP, in Proc. of the 18th National Conference on Artificial Intelligence(AAAI-02), pp. 48-53, 2002.

[4] Minton, S., Johnston, M. D., Philips, A. B., and Laird, P., ”Minimizing conflicts : a heuristic repair method for constraint satisfaction and scheduling problem, *A*rtificial Intelligence, Vol. 58, pp. 161-205, 1992.

[5] 水野 一徳, 狩野 均, 西原清一, ”適応型確率探索による制約充足問題の解法”, 情報処理学会論文誌, Vol. 39, No. 8, pp. 2413-2420, 1998.

[6] T. Schiex, H. Fargier, and G. Verfaillie, ”Valued constraint satisfaction problems: Hard and easy problems”, in Proc. of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-95), 631-637, 1995.

[7] Selman, B., Levesque, H., and Mitchell, D. ”A New Method for Solving Hard Satisfiability Problems, in*P*roceedings of the Tenth Notional Confference on Artificial Intelligence (AAAI’92), pp. 440-446, 1992.

[8] Voudouris, C., Tsang, E.P.K., ”Guided local search joins the elite in discrete optimisation”, Proceedings, DIMACS Workshop on Constraint Programming and Large Scale Discrete Optimisation, 1998.

[9] 横尾 真, ”制約充足問題の地形の解析”, コンピュータソフトウェア, Vol. 16, No. 3, pp. 57-65, 1999.